I. Dénombrement

1) Informations générales :

a) Cardinale d'un ensemble:

- ✓ **Considèrons un ensemble E contenant les éléments a , b et c , alors on écrit : $E=\{a,b,c\}$.**

Le cardinale de l'ensemble E est le nombre des éléments de cet ensemble, on le note $\text{Card}E$ (Cardinal de E)

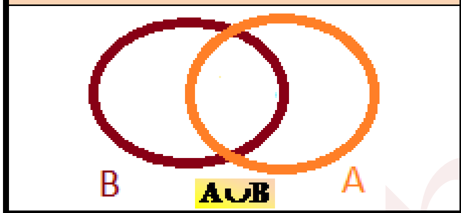
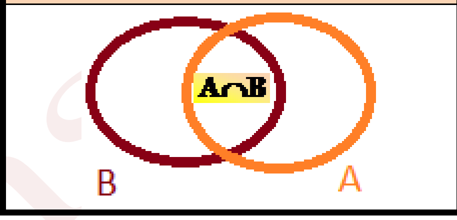
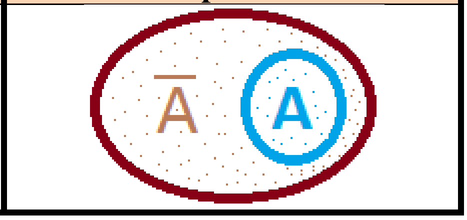
Dans le cas de notre exemple, on a $\text{Card}E=3$.

- ✓ **L'ensemble vide ne contient aucun élément, on le note ϕ ce qui fait $\text{Card}\phi=0$**
- ✓ **E un ensemble de référence (ou référentiel), soit A une parie de E. Le complémentaire de A dans E est le sous ensemble de E noté $\overline{A}$ et qui contient tous les éléments de E qui n'appartiennent pas à A.**

On a donc : $\text{Card}\overline{A}=\text{Card}E-\text{Card}A$

- ✓ **L'intersection de deux ensembles A et B est l'ensembles des élément appartenant à l'ensemble A et à l'ensemble B, on le note $A\cap B$.**
- ✓ **La réunion de deux ensembles A et B est l'ensembles des élément appartenant à l'ensemble A ou à l'ensemble B, on le note $A\cup B$.**

On a : $\text{Card}(A\cup B)=\text{Card}A+\text{Card}B-\text{Card}(A\cap B)$

La réunion	L'intersection	Le complémentaire
		

- ✓ **Le produit cartésien de l'ensemble $A=\{1,2\}$ suivi de l'ensemble $B=\{a,b,c\}$ est l'ensemble noté $A\times B$:**

$$A\times B=\{(1,a);(1,b);(1,c);(2,a);(2,b);(2,c)\}$$

On a : $\text{Card}(A\times B)=\text{Card}A\times\text{Card}B$

b) Nombres spéciaux :

$\forall n\in IN^*$; $n!=1\times 2\times 3\times \ldots\times(n-1)\times n$ $0!=1$			
$C_n^p=\dfrac{n!}{p!(n-p)!}$		$A_n^p=\dfrac{n!}{(n-p)!}$	
$C_n^n=1$	$C_n^0=1$	$A_n^1=n$	$A_n^0=1$
$C_n^{n-1}=n$	$C_n^1=n$	$C_n^1=n$	$A_n^n=n!$
$C_n^{n-p}=C_n^p$		$C_{n-1}^{p-1}+C_{n-1}^p=C_n^p$	

2) Dénombrement:

le dénombrement c'est la détermination du nombres de possibilité d'une expérience

a) Cas simples:

- **Le nombre de résultats possibles du lancement d'une pièce de monnaie est $N = 2$.**
- **Le nombre de résultats possibles du lancement d'un dé à six faces numérotées de 1 à 6 est $N = 6$.**
- **Le nombre de résultats possibles du tirage d'une carte d'un sac contenant dix cartes est $N = 10$.**
- **En général, le nombre de résultats du choix d'un objet parmi p objets est $N = p$.**

b) Cas composés : le principe fondamental du dénombrement :

Si une procédure peut être découpée en deux étapes, et qu'il y a m façons possibles de réaliser la première étape, et qu'il y a n façons possibles de réaliser la seconde étape, alors la procédure peut être accomplie de nm façons.

Exemple :

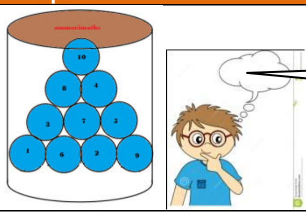
Considérons l'expérience suivante dont la réalisation est découpée en trois étapes :

- **On lance en l'air un dé à six faces (de 1 à 6)**
- **Puis on lance une pièce de monnaie (P ou F)**
- **On tire une boule d'un sac contenant 10 boules.**

Le nombre de possibilités est : $N = 6 \times 2 \times 10 = 120$

a) Types de Tirages :

Introduction au dénombrement par l'étude des différentes méthodes de tirage

Une urne contient n boules $n = 10$ On tire p boules de l'urne $p = 3$		Mais de quelle façon ?

Types de tirage
- **Tirage simultané**
  - **Tirage simultané**
- **Tirage successif**
  - **sans remise**
  - **avec remise**

Question : On tire simultanément $p = 3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et sans remise $p = 3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?	*Question :* On tire succéssivement et avec remise $p = 3$ boules de l'urne ; Quel est le nombre de cas possibles ?

Pour répondre ; On utilise le principe fondamental du dénombrement

$3!\times N_3 = N_2 = \frac{10!}{(10-3)!}$ $N_3 = N_2 = \frac{10!}{3!\times(10-3)!} = C_{10}^3$ En general $N_3 = \frac{n!}{p!(n-p)!} = C_n^p$	$N_2 = \overset{T_1}{[10]} \times \overset{T_2}{[9]} \times \overset{T_3}{[8]}$ $N_2 = 10\times 9\times 8 = \frac{10!}{7!} = \frac{10!}{(10-3)!} = A_{10}^3$ En general $N_2 = \frac{n!}{(n-p)!} = A_n^p$	$N_1 = \overset{T_1}{[10]} \times \overset{T_2}{[10]} \times \overset{T_3}{[10]}$ $N_1 = 10^3$ En general $N_1 = n^p$

Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p	Chaque triage successif sans remise s'appelle un arrangement de n objets pris p à p
Permutations avec répitition : Quel est le nombre de mots qu'on peut écrire, en utilisant les mêmes lettres contenues dans le mot suivant: AMMARIABOUSAMAH $N = \frac{15!}{5!\times 3!}$	Permutations sans répitition Quel est le nombre de mots qu'on peut écrire, en utilisant les mêmes lettres contenues dans le mot suivant: AMMARIABOUSAMAH $N = \frac{15!}{5!\times 3!}$

Bonne Chance