Exercice .1 Maths-inter 1. التمرين

الجزء الأول : نعتبر الدالة g معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي :
$$g(x)=x^2+2-2\ln x$$

(1 أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$.

(2 أنجز جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$.

(3 استنتج إشارة $g(x)$ على $]0,+\infty[$.

(4 a) بين أن الدالة G المعرفة بالصيغة: $G(x)=\frac{1}{3}x^3+4x-2x\ln x$ هي دالة أصلية للدالة g. 0,25pts

b) أحسب التكامل : $I=\int_1^e g(x)dx$. 0,25pts

الجزء الثاني : الدالة f معرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x+2+\frac{\ln x}{x}$

(C_f) هولمنحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

(1 أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة.

(2 a) أحسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا مائلا (Δ) ، بجوار $+\infty$ ، محددا معادلته .

c) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

(3 a) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$; $\forall x\in]0,+\infty[$

b) أنجز جدول تغيرات الدالة f على $]0,+\infty[$.

c) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $x_0=1$.

(4 a) بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يجب تحديده .

b) أحسب $f^{-1}(5/2)$ ثم $(f^{-1})'(5/2)$.

الجزء الثالث :

(1 ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ ، نضع : $I_n=\int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x}dx$.

a) بين أن : $I_n=\frac{1}{n+1}$ مهما يكن $n\in\mathbb{N}^*$. 0,5pts

b) أحسب : I_1 و I_{2017} . 0,25pts 0,25pts

c) استنتج $J=\int_1^e f(x)dx$. 0,5pts

(2 أحسب A مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و المستقيمات $(\Delta):y=\frac{1}{2}x+2$ و $(D_1):x=1$ و $(D_2):x=e$. 0,5pts

(3 أنشئ (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 0,5pts

Exercice .2 — Maths-inter — التمرين 2.

أحسب باستعمال التكامل بالأجزاء:

a) $A=\int_1^e x\ln^2 x\,dx$ 1 pts

Calculer en utilisant une integration par parties :

b) 1 pts $B=\int_0^{\pi/2}(\sin x)e^{2x}dx$

Exercice .3 — Maths-inter — التمرين 3.

ليكن m عدد حقيقي، نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة التالية : $(E_m): z^2-2z+m=0$

1) نعتبر في هذا السؤال $m=-3$

a) حل المعادلة (E_{-3}). 0,25pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : 0,25pts

$(1):\quad y''-2y'-3y=0$

c) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (1) الذي يحقق الشرطين : $f(0)=0$ و $f'(0)=4$. 0,5pts

d) أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها ثم أنجز جدول تغيراتها . 0,5pts 0,5pts

2) نعتبر في هذا السؤال $m=1$

a) حل المعادلة (E_1). 0,25pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : 0,25pts

$(2):\quad y''-2y'+y=0$

c) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (2) الذي يحقق الشرطين : $f(0)=1$ و $f'(0)=2$. 0,5pts

d) أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها ثم أنجز جدول تغيراتها . 0,5pts 0,5pts

3) نعتبر في هذا السؤال $m=2$

a) حل المعادلة (E_2). 0,25pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : 0,25pts

$(3):\quad y''-2y'+2y=0$

c) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (3) الذي يحقق الشرطين : $f(0)=1$ و $f'(0)=2$. 0,5pts

Exercice .4 — Maths-inter — التمرين 4.

نعتبر في الفضاء المنسوب الى م م م مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
النقط $A(3,-1,2)$ و $B(-1,3,-4)$ و $\Omega(1,1,-1)$
و المتجهة $\vec{n}=2\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$.

(P) هوالمستوى المار من النقطة A ومتجهته المنظمية هي $\vec{n}$

(Δ) هوالمستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P).

1) a) أحسب $\overrightarrow{A\Omega}\wedge\overrightarrow{B\Omega}$. 0,5pts

b) ماذا تستنتج بالنسب للنقط A و B و Ω؟. 0,25pts

2) a) حدد معادلة ديكارتية للمستوى (P) . 0,25pts

b) حدد المسافة d بين النقطة Ω والمستوى (P) . 0,5pts

3) a) حدد تمثيلا بارمتريا للمستقيم (Δ) . 0,25pts

b) حدد إحداثيات النقطة H تقاطع (P) و (Δ) . 0,5pts

4) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق العلاقة : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=8$.

a) بين أن $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BM}=(x-1)^2+(y-1)^2+(z+1)^2-17$. 0,5pts

b) بين أن (S) فلكة مركزها Ω محددا شعاعها. 0,5pts

5) a) بين أن (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (C). 0,25pts

b) حدد شعاع الدائرة (C). 0,25pts

c) حدد مركز الدائرة (C). 0,25pts

Bonne Chance