Exercice .1 Maths-inter 1. التمرين

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=-x^2+1-\ln(x)$; $\forall x>0$

1) a) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$. 0,25pts 0,25pts

b) أحسب $g(1)$. 0,25pts

2) a) أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$. 0,25pts

b) أنجز جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$. 0,25pts

c) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$. 0,5pts

3) أدرس الفروع اللانهائية لمنحنى الدالة g. 0,25pts 0,5pts

4) a) بين أن الدالة G المعرفة بالصيغة: $G(x)=-\frac{1}{3}x^3+2x-x\ln x$ هي دالة أصلية للدالة g. 0,25pts

b) أحسب التكامل : $I=\int_1^e g(x)dx$. 0,25pts

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=-x+3+\frac{\ln(x)}{x}$.

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في نفس المعلم السابق $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) a) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$. 0,25pts 0,5pts

b) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) . 0,25pts 0,5pts

2) a) أحسب $f'(x)$. 0,25pts

b) بين أن $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$; $\forall x>0$. 0,25pts

c) أحسب $f(1)$ و $f'(1)$ واعط تأويلا هندسيا للنتيجة . 0,25pts 0,25pts 0,25pts

d) أدرس تغيرات الدالة f . 0,5pts

3) أنشئ (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. نعطي: $f(4)=-0{,}6$; $f(3)\approx 0{,}4$; $f(2)\approx 1{,}3$; $f\left(\frac{1}{2}\right)\approx 1$; $f\left(\frac{1}{4}\right)\approx -3$ 0,5pts

4) ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ ، نضع : $I_n=\int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x}dx$.

a) بين أن : $I_n=\frac{1}{n+1}$ مهما يكن $n\in\mathbb{N}^*$. 0,5pts

b) أحسب : I_1 و I_{2015} . 0,25pts 0,25pts

c) استنتج $J=\int_1^e f(x)dx$. 0,5pts

5) أحسب A مساحة الحيز المحصور بين (C_f) و المستقيم $(\Delta): y=-x+3$ والمستقيمين $(D_1): x=1$ و $(D_2): x=e$. 0,5pts

6) a) ليكن h قصور الدالة f على المجال $I=[1,+\infty[$. بين أن h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J يجب تحديده . 0,25pts

b) أنشئ (C_h) و $(C_{h^{-1}})$ نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 0,5pts 0,5pts

Exercice .2 | Maths-inter | 2. التمرين

Calculer en utilisant une integration par parties :

أحسب باستعمال التكامل بالأجزاء:

(a $A = \int_1^e x^3 \ln x dx$ 1 pts

(b $B = \int_0^{\pi/2} (\cos x)e^x dx$ 1 pts

Exercice .3 | Maths-inter | 3. التمرين

1) a) حل المعادلة : $(E_1) : z^2 - 2z - 3 = 0$ 1 pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' - 3y = 0$ $(1) :$ 1 pts

c) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (1) الذي يحقق الشرطين : $f(0) = 0$ و $f'(0) = 4$. 1 pts

2) a) حل المعادلة : $(E_2) : z^2 - 2z + 1 = 0$ 1 pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' + y = 0$ $(2) :$ 1 pts

c) حدد الدالة f حل المعادلة التفاضلية (2) الذي يحقق الشرطين : $f(0) = 1$ و $f'(0) = 2$. 1 pts

3) a) حل المعادلة : $(E_2) : z^2 - 2z + 2 = 0$ 1 pts

b) استنتج الحل العام للمعادلة التفاضلية : $y'' - 2y' + 2y = 0$ $(3) :$ 1 pts

Bonne Chance